

Московский физико-технический институт  
(Государственный университет)

*На правах рукописи*

Чехов Владимир Валерьевич

**ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

*Специальность* 05.07.03 — прочность летательных аппаратов

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

г. Жуковский – 1998



## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** В авиастроении проектирование силовых конструкций ведётся на основе рассмотрения разрушающих нагрузок, при этом к авиационным конструкциям предъявляются высокие требования по весовому совершенству. Поведение конструкции при нагрузках, близких к разрушающим, как правило, нелинейно. Нелинейность связи «напряжение-деформация» (называемая физической нелинейностью) относится к существенным факторам, влияющим на параметры конструкций. Традиционно при решении задач прочности летательных аппаратов (ЛА) учёт нелинейных эффектов производился при помощи методов, в основе которых лежит метод редуцированных коэффициентов. С введением в практику проектирования достаточно мощной вычислительной техники учёт нелинейного деформирования конструкций всё более активно производится при расчёте конструкций методом конечных элементов (МКЭ), в связи с чем возрастает потребность в разработке эффективных методов рационального проектирования конструкций на основе МКЭ. Для создания таких методов требуется исследование задач оптимизации конструкций.

**Цель работы** — рациональное проектирование агрегатов силовых конструкций летательных аппаратов с учётом физической нелинейности.

**Научная новизна.** В работе впервые получены условия оптимальности для задач оптимизации физически нелинейных конструкций, проектируемых с использованием нескольких материалов. Полученные условия применены при построении алгоритмов рационального проектирования. Указанные условия были также использованы для расчёта параметров конструкции силового шпангоута.

**Практическая ценность работы.** Полученные и использованные в работе алгоритмы рационального проектирования могут быть применены на начальных этапах разработки ЛА: при проработке технического предложения (аванпроекта), а также на стадии эскизного проекта для уточнения параметров конструктивно-силовой схемы. Подход по расчёту рациональных параметров конструкции силового шпангоута, приведённый в работе, может быть использован при проектировании агрегатов силовых конструкций ЛА.

**Достоверность результатов** диссертации подтверждается корректностью постановок задач, решением тестовых задач с

использованием различных теорий, описывающих нелинейное поведение материала, а также сравнением результатов расчётов, произведенных при помощи различных программ МКЭ.

**На защиту выносятся** описываемые в работе результаты теоретических и алгоритмических исследований, а также результаты численных исследований модельных конструкций и рационального проектирования конструкции силового шпангоута.

**Личный вклад автора.** Автором произведено обобщение теоретических и алгоритмических результатов, относящихся к задачам, в которых используется один конструкционный материал, на случай применения произвольного количества материалов. Автором выполнены также все численные исследования данной работы.

**Публикации и апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на 38-й научной конференции МФТИ (1–4 декабря 1995г.), 3-й Крымской Международной Математической школе (16–23 сентября 1996г.), Юбилейной научной конференции, посвящённой 50-летию МФТИ, «Современные проблемы фундаментальной и прикладной физики и математики» (29–30 ноября 1996г.), 2-й научно-технической конференции молодых учёных ЦАГИ «Современные проблемы аэрокосмической науки» (10-11 апреля 1997г.), Всероссийской научно-технической конференции молодых учёных «Современные проблемы аэрокосмической науки» (27-29 мая 1998г.), и опубликованы в сборниках МФТИ и Трудов ЦАГИ, а также выпущены в виде ряда научно-технических отчётов.

**Структура и объём работы.** Работа состоит из семи разделов, в число которых входят введение, выводы и библиография, содержащая 95 наименований. Работа, изложенная на 103 страницах, содержит 3 таблицы и 38 рисунков.

## Содержание работы

**Первый раздел** диссертации является введением. В подразделе 1.1 (п. 1.1) дан краткий обзор литературы по теме диссертации, обоснована актуальность вопросов учёта нелинейностей. Рассмотрены работы, касающиеся учёта основных типов нелинейных эффектов, влияния физической нелинейности на параметры конструкций, алгоритмического подхода к проектированию. Отмечено, что в работах, посвящённых проектированию физически нелинейных конструкций при помощи как анализа чувствительности, так и метода критериев оптимальности, исследования посвящены конструкциям, в которых

используется только один материал, а задачи, использующие несколько материалов, рассмотрены только в линейно-упругой постановке. В конце введения, в п. 1.1, дано краткое содержание последующих разделов диссертации. В п. 1.2 даются используемые в работе обозначения и сокращения.

**Второй раздел** посвящён постановкам и исследованию задач оптимизации конструкций. В п. 2.1 кратко обосновано значение задач рационального проектирования на начальном этапе разработки ЛА. Отмечено, что при рациональном проектировании агрегатов ЛА следует учитывать как расчётные (разрушающие) нагрузки, которые должны соответствовать несущей способности конструкции, так и эксплуатационные (безопасные) нагрузки, при которых в конструкции должны отсутствовать остаточные деформации. В п. 2.2 указано, что нелинейное поведение конструкций в авиастроении традиционно учитывалось при помощи методов, основанных на методе редуцированных коэффициентов. При применении же МКЭ в настоящее время обычно используется линейно-упругий расчёт. Использование линейно-упругой модели оправдано при расчёте с учётом эксплуатационных нагрузок. При нагрузках же, близких к разрушающим, реальная оценка прочности должна производиться в учётом нелинейных эффектов. Отмечено, что у конструкции, спроектированной под расчётные нагрузки с учётом физической нелинейности, нет гарантии отсутствия остаточных деформаций при действии эксплуатационных нагрузок. Наиболее подходящим представляется проектирование с одновременным учётом уровней напряжений, являющихся допускаемыми при действии расчётных и эксплуатационных нагрузок. В п. 2.3 приводятся постановки задач, являющихся частными задачами проектирования агрегатов конструкций ЛА. Полагается, что проектируемая конструкция имеет заданную конструктивно-силовую схему, в которой используется произвольное количество материалов, и представлена в виде расчётной схемы МКЭ с возможностью одновременного использования конечных элементов (КЭ) различных типов (при условии, что каждый КЭ состоит из одного материала и имеет один проектный параметр). Конструкция нагружена одной системой статических нагрузок. Для описания нелинейного поведения материалов при нагружении в работе используется гиперупругая модель материала, которая характеризуется однозначной зависимостью между напряжениями и деформациями, описываемой посредством соответствующих потенциалов напряжений и деформаций. При активном нагружении посредством гиперупругой модели могут

также быть описаны пластическое деформирование материала и (с использованием известной аналогии) стационарная ползучесть. Рассматривается задача минимизации массы силового материала конструкции при ограничении сверху на её податливость (или снизу на жёсткость) и конструктивных ограничениях, а также взаимная к ней задача минимизации податливости (максимизации жёсткости) конструкции при заданном значении её массы и конструктивных ограничениях. В качестве мер податливости и жёсткости в работе рассматриваются величины соответственно общей дополнительной энергии и потенциальной энергии конструкции. Под конструктивными ограничениями понимаются ограничения снизу на величины проектных параметров. В принятых предположениях указанные постановки записываются соответственно в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i \alpha_i \rightarrow \min_{\{\alpha\}} \\ \tilde{R} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \int_{l_i} R dl \leq \bar{R} \\ \alpha_i \geq \bar{\alpha}_i, \quad i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{R} \rightarrow \min_{\{\alpha\}} \\ W = \bar{W} \\ \alpha_i \geq \bar{\alpha}_i, \quad i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $n$  — общее число конечных элементов,  $W$ ,  $\{\alpha\}$  и  $\tilde{R}$  — соответственно масса силового материала, вектор проектных параметров и общая дополнительная энергия конструкции,  $R = \int \epsilon d\sigma$  — значение удельной дополнительной энергии в данной точке текущего элемента,  $\rho_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\bar{\alpha}_i$ ,  $l_i$  — величины для  $i$ -го элемента соответственно массовой плотности материала, проектного параметра (обычно это поперечный размер элемента: например, толщина пластины, площадь поперечного сечения стержня и т.п.), минимально допускаемого значения проектного параметра, отношения объёма элемента к его проектному параметру. Величины с чертой сверху являются заданными и неизменяемыми.

Отмечено, что указанные постановки задач практически являются частью более сложной задачи, в которую должны входить также и ограничения сверху на уровни напряжений, необходимые для

обеспечения несущей способности конструкции. Так, наиболее распространенной в практике проектирования является задача *минимизации массы конструкции при ограничениях сверху на уровни напряжений в ее элементах и конструктивных ограничениях.*

Так как проектируемая конструкция при нагружении находится в равновесии, к рассматриваемым постановкам задач должен быть присоединён один из вариационных принципов:

$$U = \tilde{\Pi} - A \rightarrow \min_{\{u\}} \quad (3)$$

— кинематический вариационный принцип, где  $U$ ,  $\tilde{\Pi}$ ,  $A$ ,  $u$  — соответственно потенциальная энергия, общая потенциальная энергия деформации конструкции, потенциал (работа) внешних сил и перемещение;

$$\tilde{R} \rightarrow \min_{\{\sigma\}} \quad (4)$$

— статический вариационный принцип.

В п. 2.4 описывается получение условия оптимальности для задачи (1). При этом в задаче вместо ограничения сверху на податливость рассматривается эквивалентное ему ограничение снизу на жёсткость конструкции. Для получения условия оптимальности используются теорема Минковского-Фаркаша и вариационный принцип (3). Условие оптимальности имеет вид:

$$\frac{\langle \Pi \rangle_i}{\rho_i} = K^2, \quad \text{если } \alpha_i > \bar{\alpha}_i, \\ \frac{\langle \Pi \rangle_i}{\rho_i} \leq K^2, \quad \text{если } \alpha_i = \bar{\alpha}_i, \quad (5)$$

где угловые скобки означают усреднение по объёму  $i$ -го конечного элемента ( $KЭ$ ),  $\Pi = \int \sigma de$  — удельная потенциальная энергия деформации,  $\rho_i$  — плотность  $i$ -го элемента,  $K$  — некоторая константа. По построению соотношение (5) является необходимым и достаточным условием глобального оптимума.

Подраздел 2.5 посвящён получению условия оптимальности для задачи (2). При этом задача (2) записывается в виде эквивалентной задачи максимизации жёсткости конструкции. Для неё записывается условие стационарности функционала Лагранжа, откуда при использовании вариационного принципа (3) следует условие оптимальности, имеющее вид (5). По построению оно является необходимым условием локального оптимума.

Таким образом у оптимального согласно задачам (1) и (2) проекта величина отношения средней по элементу удельной потенциальной энергии деформации к плотности материала элемента имеет одно и то же значение для всех КЭ с пассивными конструктивными ограничениями, а в элементах с активными конструктивными ограничениями величина данного отношения не превосходит этого значения.

**Третий раздел** посвящён алгоритмам рационального проектирования. Выполнение каждого шага рассматриваемых алгоритмов подразделяется на два этапа. На первом этапе анализируется напряжённое состояние конструкции, на основании которого проектные параметры элементов модифицируются таким образом, чтобы в конструкции выполнялось условие оптимальности и удовлетворялись конструктивные ограничения. При этом внутренние усилия в конструкции полагаются «замороженными». На втором этапе алгоритмов внутренние усилия в конструкции «размораживаются» с целью удовлетворения условиям совместности деформаций. Таким образом, рассматриваемые алгоритмы являются одношаговыми для статически определимых конструкций и итерационными для более общего случая. В п. 3.1 производится построение алгоритма минимизации податливости при заданной массе конструкции и конструктивных ограничениях. Для построения используются условие оптимальности задачи (2) и условие постоянства массы. Чтобы из этих соотношений можно было явным образом выразить величины проектных параметров, используется степенная аппроксимация зависимостей между напряжениями и деформациями применяемых в конструкции материалов (показатель степени обозначен далее через  $q$ ). Таким образом построенный алгоритм имеет вид:

$$\alpha_i^{(k+1)} = \alpha_i^{(k)} \frac{q_i + 1 \sqrt{\langle \Pi \rangle_i^{(k)}}}{\Psi^{(k)}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (6)$$

где через  $k$  обозначен номер итерации,

$$\Psi^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^n W_j^{(k)} q_j + 1 \sqrt{\langle \Pi \rangle_j^{(k)}}}{W^{(0)}}.$$

Для построенного алгоритма доказывается монотонное уменьшение величины общей дополнительной энергии конструкции. При этом используется вариационный принцип (4).

Для получения вариантов конструкции, рациональных в соответствии с задачей минимизации массы при ограничениях на



допускаемые напряжения, в работе используется эвристический алгоритм отыскания полностью напряжённой конструкции (ПНК), которому посвящён п. 3.2:

$$\alpha_i^{(k+1)} = \alpha_i^{(k)} \frac{\sigma_i^{(k)}}{\bar{\sigma}_i}, \quad (7)$$

где  $\sigma_i^{(k)}$  и  $\bar{\sigma}_i$  — значения в  $i$ -м КЭ соответственно напряжения (т.е. меры напряжённого состояния) после  $k$ -й итерации алгоритма и его максимально допускаемой величины. В качестве напряжений в элементах в данной работе используется величина среднего по объёму элемента эквивалентного (согласно критерию Мизеса) напряжения. Хотя ПНК не соответствует в общем случае минимуму массы, но из-за своей простоты алгоритм (7) часто используется на начальном этапе проектирования конструкций, давая хорошее начальное приближение для применения других методов.

В работе также используется более общий вид алгоритма (7), сформулированный с учётом двух случаев нагружения:

$$\alpha_i^{(k+1)} = \alpha_i^{(k)} \max \left( \frac{\sigma_{i1}^{(k)}}{\bar{\sigma}_{i1}}, \frac{\sigma_{i2}^{(k)}}{\bar{\sigma}_{i2}} \right), \quad (8)$$

где  $i=1, \dots, n$ , — номер КЭ,  $k=0, 1, 2, \dots$  — номер итерации, нижние индексы 1 и 2 — номера случаев нагружения.

**В четвёртом разделе** описываются численные исследования модельных конструкций.

В п. 4.1 посредством алгоритма (7) произведены расчёты конструкции, составленной из двух 10-стержневых ферм (Рис. 1), при помощи которой в ряде работ иллюстрируется влияние на свойства линейно-упругой ПНК перехода от использования в конструкции одного материала к использованию нескольких материалов (см., например, Fleury С. An efficient optimality criteria approach to the minimum weight design of elastic structures. *Computers & Structures*, 1980, 11, 163-173). В данном случае приводится сравнение результатов линейно-упругого и упругопластического расчёта ПНК. Проектными параметрами являются площади поперечного сечения стержней. Когда в обеих фермах заданы одинаковые значения  $\bar{\sigma}$  и  $\rho$  (случай «1» на Рис. 1), использование алгоритма (7) привело к ПНК, имеющим в линейно-упругом и упругопластическом случаях близкие распределения проектных параметров, однако в упругопластической ПНК внутренние усилия распределены более равномерно и, как следствие, конструктивные ограничения активны всего у двух КЭ (против 10 у линейно-упругой ПНК). При задании в одной из ферм величины  $\bar{\sigma}$ , в 2

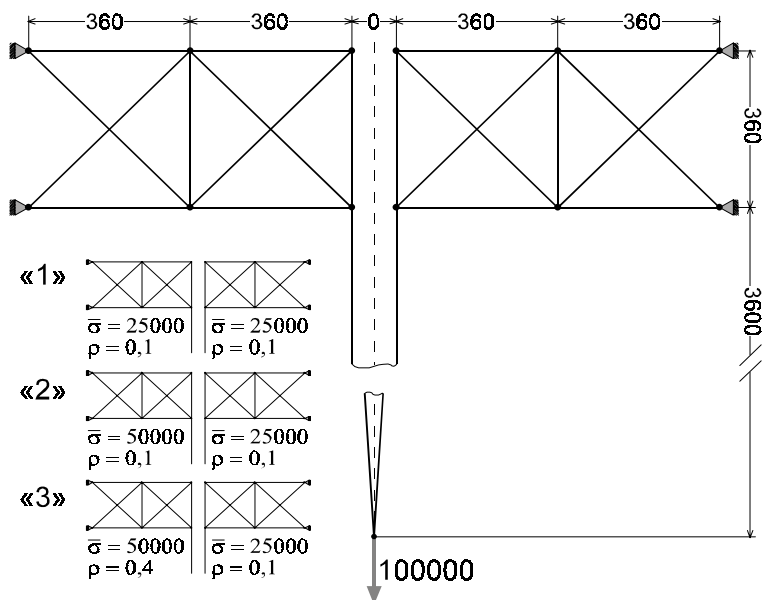


Рис. 1.

раза большей, чем  $\bar{\sigma}$  у другой фермы, применение алгоритма (7) привело к более заметному различию в распределениях материала в линейно-упругой и упругопластической ПНК. В обеих ПНК большая часть силового материала сосредоточилась в той ферме, которая имеет меньшее значение  $\bar{\sigma}$ . В физически нелинейной ПНК это выражено сильнее и в ней практически вся нагрузка воспринимается фермой с меньшим  $\bar{\sigma}$ . Данный расчёт был проведён при задании одинаковых значений  $\rho$  в обеих фермах (случай «2» на Рис. 1; ПНК в этом случае не является рациональным проектом), а также при увеличенном в 4 раза значении  $\rho$  в ферме, имеющей большее  $\bar{\sigma}$  (случай «3» на Рис. 1; ПНК в этом случае рациональна). Однако различие между значениями массы линейно-упругой и упругопластической ПНК во всех расчётах данного примера не превышает 0,3% (см. Табл. 1). Отметим, что

Табл. 1.

Проект	Масса ПНК	
	Линейная упругость	Упрочнение
«1»	1224, 1	1224, 2
«2»	1221, 4	1224, 8
«3»	1230, 0	1226, 2

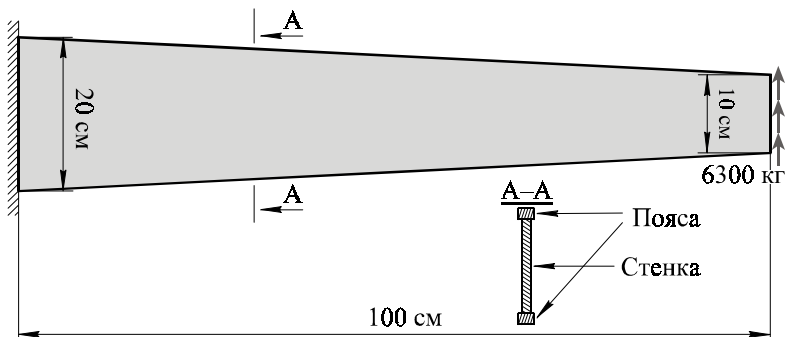


Рис. 2.

результаты линейно-упругого расчёта практически совпали с аналогичными результатами Fleury.

В качестве модельной задачи, в которой используются различные типы КЭ, в п. 4.2 рассматривается статический изгиб консольно заделанной трёхслойной балки поперечной силой, приложенной к её свободному концу (Рис. 2). Стенка балки, соединяющая стальные пояса, выполнена из алюминиевого сплава и смоделирована при помощи мембранных КЭ, а сами пояса — при помощи стержневых КЭ. Для описания нелинейного поведения материалов использована деформационная теория пластичности (Ильюшина). Проектные параметры — площади поперечного сечения стержней и толщины

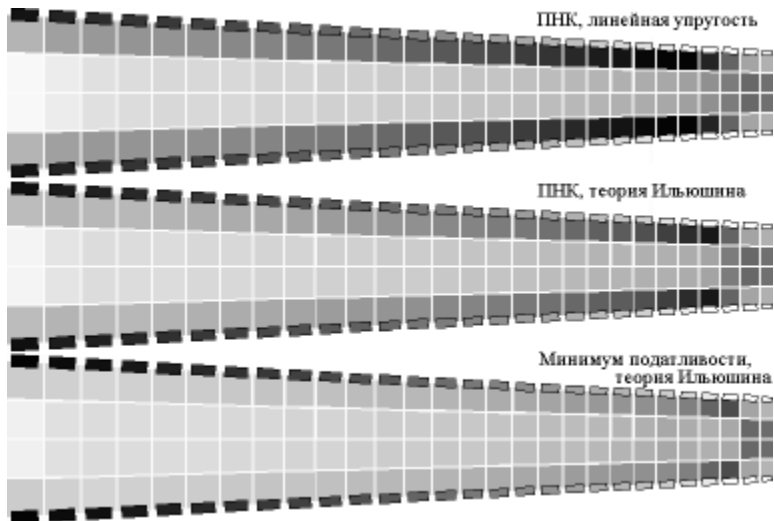


Рис. 3.

мембран. Конструктивные ограничения в задаче не используются. На Рис. 3 показаны распределения обезразмеренных проектных параметров в конструкции: чем темнее окраска КЭ, тем больше величина его проектного параметра. После применения алгоритма (7) силовой материал в конструкции распределился с образованием фактически дополнительных «поясов», образованных элементами стенки (см. Рис. 3 вверху), что, очевидно, менее рационально, так как изгибающий момент вдали от нагрузки выгоднее воспринимать более сильно разнесёнными стальными поясами. В упругопластической ПНК (см. Рис. 3, в центре) указанный эффект менее ярко выражен, чем в линейно-упругой ПНК. Соответственно и масса первой (2,15 кг) оказалась меньше, чем масса второй (2,2 кг). К упругопластической ПНК был применён алгоритм (6), после чего материал перераспределился более рационально («пояса» в конструкции почти исчезли, см. Рис.3 внизу) и величина максимального узлового перемещения при той же массе уменьшилась более чем на 13%. Условие оптимальности (5) в конструкции оказалось выполненным, а напряжения в поясах при этом стали меньше допустимых.

Расчёты балки при помощи алгоритма (7) были повторены при другом материале стенки, имеющем по сравнению с первоначальным меньшую величину  $\bar{\sigma}$  (47 кг/мм<sup>2</sup> против 50 кг/мм<sup>2</sup>). Соответствующие распределения материала показаны на Рис. 4. Здесь эффект вырождения поясов с образованием «поясов» из материала стенки выражен заметно более сильно, чем на Рис. 3. Масса линейно-упругой ПНК составила 2,85 кг, а масса упругопластической ПНК — 3,26 кг. В последнем случае силовой материал фактически полностью переместился из поясов в область стенки, что и объясняет большую массу конструкции. Приведённые результаты позволяют сделать

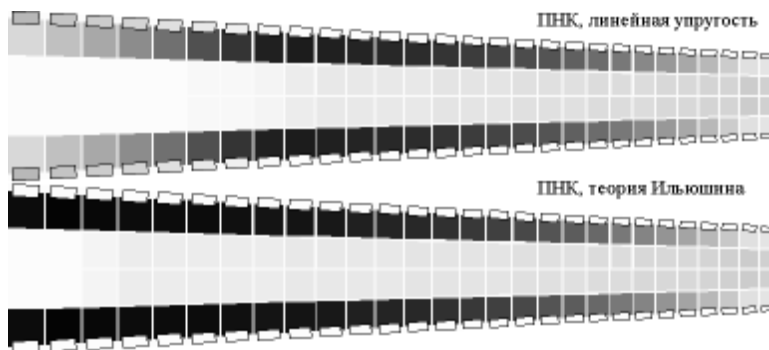


Рис. 4.

вывод о необходимости очень точного подбора материалов при разработке конструкции.

В п. 4.3 более подробно проанализирован один из результатов численных исследований задачи изгиба балки, заключающийся в том, что при использовании нескольких материалов учёт упруго-пластического деформирования не всегда приводит к уменьшению массы ПНК в сравнении с её линейно-упругим расчётом. Данный результат не вполне соответствует общепринятым представлениям о том, что влияние физической нелинейности при проектировании конструкций невелико и идёт в основном «в запас». Известные аналитические результаты, подтверждающие улучшение несущей способности либо экономию материала конструкций при учёте пластичности, получаются обычно на простейших примерах типа задач чистого изгиба или кручения бруса, нагружения трёхстержневой фермы (Рис. 5) и т.д. Заметим, что во всех этих примерах использован один конструкционный материал. В п. 4.3 на примере симметричной трёхстержневой фермы из двух материалов (Рис. 5) аналитически демонстрируется, что при определённых условиях учёт физической нелинейности приводит к увеличению массы оптимального проекта. Если индексами «1» и «2» обозначать величины, относящиеся к стержням с соответствующими номерами (см. Рис. 5), то условие совместности деформаций для данной задачи при малых перемещениях имеет вид  $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$ . Исходя из данного условия, а также из уравнения статического равновесия и нелинейной связи « $\sigma - \varepsilon$ »,

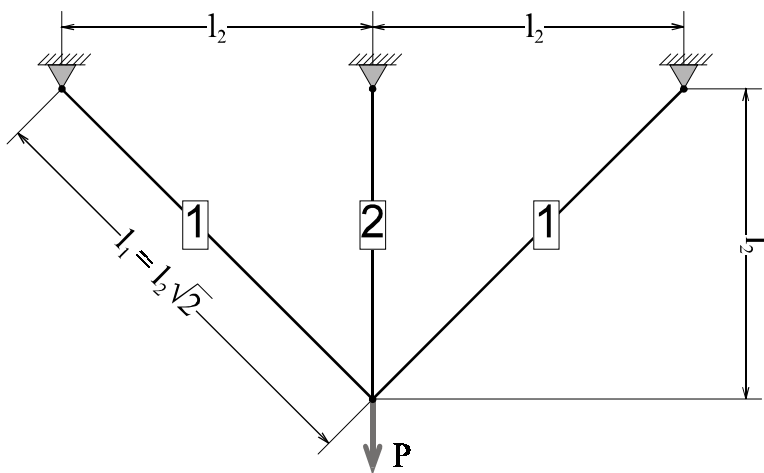


Рис. 5.

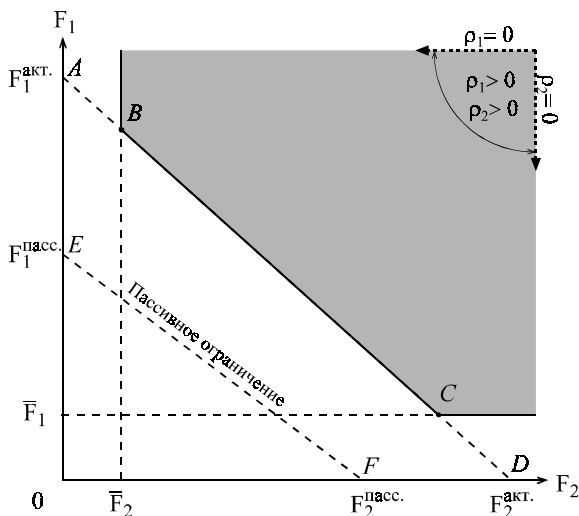


Рис. 6.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{b2} &\geq 2\varepsilon_{b1}: \\ F_1^{\text{акт.}} &= \frac{P}{\sqrt{2}\sigma_{b1}} \\ F_2^{\text{акт.}} &= \frac{P}{\sigma_2^{\text{совм.}}} \\ F_1^{\text{пасс.}} &= \frac{P}{\sqrt{2}\sigma_1^{\text{совм.}}} \\ F_2^{\text{пасс.}} &= \frac{P}{\sigma_{b2}} \\ \varepsilon_{b2} &\leq 2\varepsilon_{b1}: \\ F_1^{\text{акт.}} &= \frac{P}{\sqrt{2}\sigma_1^{\text{совм.}}} \\ F_2^{\text{акт.}} &= \frac{P}{\sigma_{b2}} \\ F_1^{\text{пасс.}} &= \frac{P}{\sqrt{2}\sigma_{b1}} \\ F_2^{\text{пасс.}} &= \frac{P}{\sigma_2^{\text{совм.}}} \end{aligned}$$

показывается, что задача минимизации массы конструкции при ограничениях сверху на уровни напряжений в стержнях и конструктивных ограничениях является задачей линейного программирования с областью допустимых значений проектных параметров и областью возможных направлений градиента целевой функции, показанными на Рис. 6. Решением данной задачи, в зависимости от соотношения плотностей и вида кривых « $\sigma - \varepsilon$ » материалов, будет являться проект, соответствующий на Рис. 6 либо точке В, либо точке С, либо любой точке отрезка ВС. При этом одно из ограничений на допускаемые напряжения будет всегда (при  $\bar{\varepsilon}_2 \neq 2\bar{\varepsilon}_1$ , где через  $\bar{\varepsilon}$  обозначается деформация, соответствующая для данного материала величине  $\bar{\sigma}$ ) пассивным. Показано, что при материалах, для которых выполняются соотношения  $\bar{\varepsilon}_2 < 2\bar{\varepsilon}_1$  и  $\bar{\varepsilon}_2^{\text{лин.}} < 2\bar{\varepsilon}_1^{\text{лин.}}$  (здесь индексом «лин.» обозначены величины, относящиеся к линейно-упругому расчёту), учёт физической нелинейности даёт увеличение массы оптимальной конструкции в сравнении с линейно-упругим расчётом, если стержень «1» имеет ненулевое конструктивное ограничение, а напряжение в материале «1», соответствующее деформации  $\bar{\varepsilon}_2/2$ , при линейно-упругом расчёте больше, чем при нелинейном расчёте (последнее, например, всегда выполняется, если материал «2» хрупкий, а материал «1» — упрочняющийся), причём данный эффект имеет место вне зависимости от плотностей материалов. Если же материалы таковы, что выполняется  $\bar{\varepsilon}_2 > 2\bar{\varepsilon}_1$  и  $\bar{\varepsilon}_2^{\text{лин.}} < 2\bar{\varepsilon}_1^{\text{лин.}}$ , то масса оптимального

упругопластического проекта будет больше, чем масса аналогичного линейно-упругого проекта при достаточно большой величине отношения плотностей  $\rho_1/\rho_2$ . (например, при нулевых конструктивных ограничениях данная величина должна быть больше, чем значение  $\sigma_{b1}/(2\sigma_{b2})$ ). В рассматриваемой задаче возможны и другие случаи, при которых имеет место данный эффект, причём для этого нетрудно подобрать реальные материалы.

**Пятый раздел** посвящён исследованию рациональных параметров силового шпангоута маневренного самолёта. Ввиду симметрии конструкции и расчётного случая в качестве расчётной схемы рассматривается одна из половин шпангоута, показанная вместе с приложенными нагрузками на Рис. 7. Схема содержит стержневые (для поясов) и мембранные (для стенки) КЭ, в ней использовано два материала (сталь ВКС-9 и алюминиевый сплав В-95ПЧ-Т1).

В п. 5.1 для рассматриваемой конструкции производится построение и исследование вариантов ПНК. Для построения ПНК при действии расчётных нагрузок был применён алгоритм (7), у которого в качестве  $\bar{\sigma}$  использовались величины  $\sigma_b$  материалов. Использование при этом в материалах линейно-упругой модели привело к проекту, распределение проектных параметров в котором показано на Рис. 8 (наиболее светлая окраска КЭ означает, что данный КЭ имеет активное конструктивное ограничение), а использование реальных диаграмм « $\sigma - \epsilon$ » — к проекту, показанному на Рис. 9. Можно заметить, что в большей части конструкции, как и в примере с балкой (см. Рис. 3 и 4), имеет место вырождение стальных поясов с образованием «поясов» из элементов стенки (что, очевидно, не является рациональным).

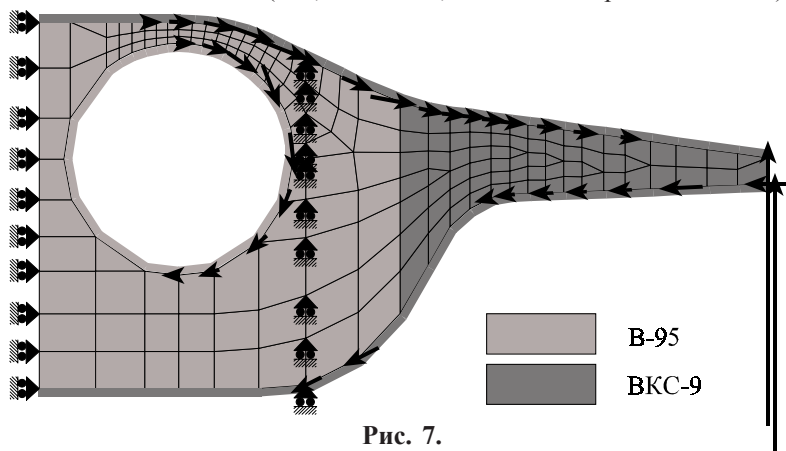
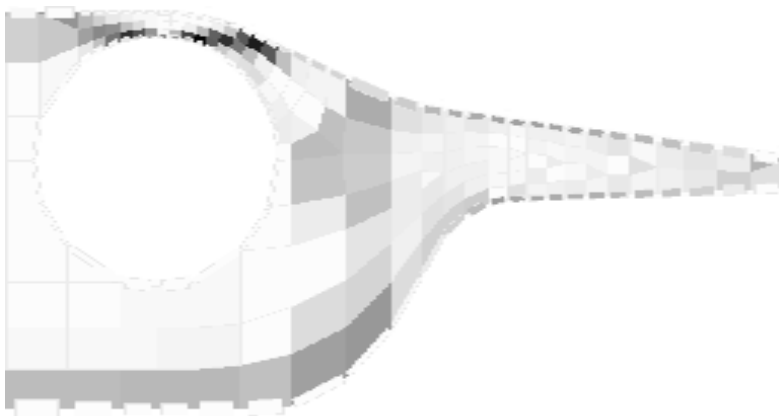
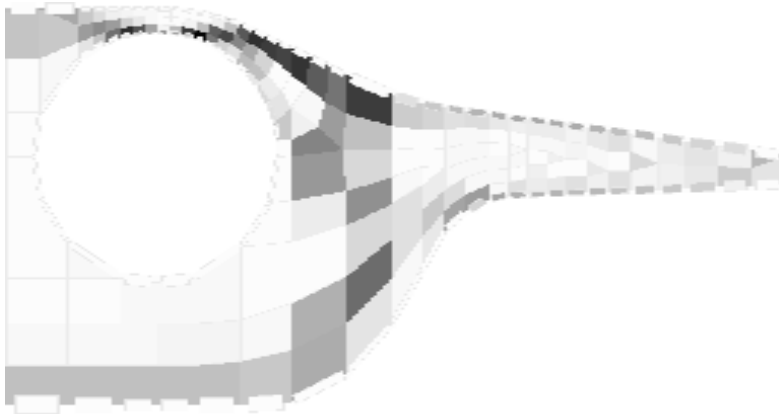


Рис. 7.



**Рис. 8.**

Данный эффект более ярко выражен у физически нелинейной ПНК, которая оказалась тяжелее на  $\approx 8\%$ . Кроме того вычисление для линейно-упругой ПНК напряжённо-деформированного состояния (НДС) при использовании реальных диаграмм « $\sigma - \epsilon$ » материалов показало наличие элементов, в которых превышены уровни  $\sigma_b$ . Таким образом использование линейно-упругой модели для конструкции из нескольких материалов не всегда приводит к проектированию «в запас». У проекта, являющегося ПНК при расчётных нагрузках (см. Рис. 9) было вычислено НДС при действии эксплуатационных нагрузок. Расчёт показал наличие нескольких КЭ, в которых превышены уровни  $\sigma_{0,2}$ , являющиеся предельно допустимыми для данного случая, т.е. данный вариант конструкции не является



**Рис. 9.**



допустимым проектом. Был также построен вариант конструкции, полностью напряжённый при действии эксплуатационных нагрузок, для чего использовался алгоритм (7), у которого в качестве  $\bar{\sigma}$  использовались величины  $\sigma_{0,2}$  материалов. Полученный вариант оказался на  $\approx 25\%$  легче, чем проект на Рис. 9, а анализ НДС при действии расчётных нагрузок показал, что уровни  $\sigma_b$  превышены почти во всех КЭ данного проекта. Таким образом в данном случае построение ПНК с учётом только одной системы нагрузок (расчётных либо эксплуатационных) приводит к недопустимому проекту. Поэтому для построения был применён алгоритм (8), в котором учтены оба рассматриваемых случая нагружения (каждый со своими уровнями  $\bar{\sigma}$  в элементах). В результате получился проект с массой и распределением силового материала, незначительно отличающимися от соответствующих величин проекта, показанного на Рис. 9. Расчёты НДС показали, что данный вариант является допустимым при действии как расчётных, так и эксплуатационных нагрузок.

У проекта, полученного при помощи алгоритма (8), была произведена минимизация податливости при действии расчётных нагрузок, описание которой приводится в п. 5.2. Для уменьшения податливости был применён алгоритм (6). В результате был получен проект, распределение материала в котором, показанное на Рис. 10, стало уже более рациональным: дополнительные «пояса» либо исчезли, либо заметно уменьшились, а силовой материал из них переместился в пояса из ВКС-9. Как следствие, практически при той же массе конструкции, что и у исходного (см. Рис. 9) проекта, общая

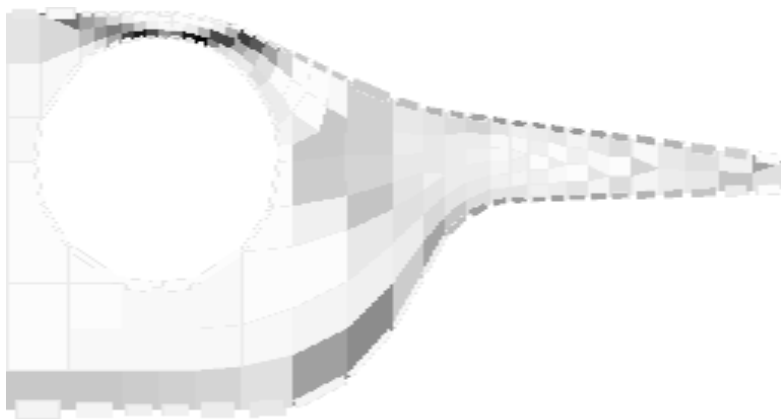


Рис. 10.

дополнительная энергия стала меньше на  $\approx 44\%$ , а величина максимального перемещения в конструкции уменьшилась более чем на  $73\%$ . Кроме того у полученного проекта выполняется условие оптимальности (5), то есть он согласно задаче (2) действительно имеет минимальную при своей массе податливость. Данный проект оказался допустимым и при действии эксплуатационных нагрузок, причём в этом случае напряжения в элементах не превышают  $88\%$  от  $\sigma_{0,2}$  для КЭ из материала В-95 и  $76\%$  от  $\sigma_{0,2}$  для КЭ из ВКС-9, а величина максимального перемещения уменьшилась в сравнении с исходным вариантом на  $9\%$ . Кроме того, и при расчётных нагрузках во всех КЭ данного проекта напряжения оказались меньше своих предельных величин ( $\sigma_b$ ) для В-95 на  $\approx 1,5\%$ , а для ВКС-9 на  $\approx 13,2\%$ .

Наличие запасов напряжений во всех элементах конструкции у проекта, имеющего минимальную податливость (см. Рис. 10), позволяет предположить, что за счёт минимизации этих запасов возможно уменьшение массы конструкции (при некотором увеличении её податливости). Данный вопрос рассмотрен в п. 5.3. К конструкции был применён алгоритм (7), в котором в качестве  $\bar{\sigma}$  для элементов из В-95 использовалась величина  $\sigma_b$ , а для КЭ из ВКС-9 величина  $\bar{\sigma}$  была задана на  $\approx 12\%$  меньше, чем  $\sigma_b$ , что обеспечило выполнение условия (5) с максимально возможным значением К (дальнейшее его увеличение приведёт к превышению  $\sigma_b$  для В-95. Начальным приближением являлся проект, показанный на Рис. 10. В результате применения алгоритма силовой материал в конструкции перераспределился так, как показано на Рис. 11. От исходного (см. Рис. 10)



Рис. 11.

полученный проект отличается не очень сильно, однако в районе нижнего пояса различие заметно: силовой материал, сосредоточенный на Рис. 10 в мембранных КЭ из В-95, образующих дополнительный «пояс», на Рис. 11 сосредоточен уже в стержневых КЭ из ВКС-9, что является более рациональным для передачи общего изгиба. Полученный проект имеет большее, чем исходный вариант, значение общей дополнительной энергии  $\tilde{R}$  (на 4,9%), т.е. он более рационален в соответствии с задачей (1), и поэтому должен иметь меньшую массу. Масса конструкции действительно стала меньше, чем у исходного проекта (на 2,4%). В то же время максимальное перемещение при расчётных нагрузках увеличилось на 17%. При действии эксплуатационных нагрузок полученный проект является допустимым.

Оба варианта конструкции (показанные на Рис. 10 и Рис. 11) имеют лучшую, чем ПНК, совокупность жесткостных и массовых характеристик. Поэтому любой из них (в зависимости от применяемого критерия выбора) может быть принят для использования на дальнейших этапах разработки ЛА.

Характерные величины массы и податливости проектов шпангоута, рассмотренных в данном разделе, даны в процентах

**Табл. 2.**

Проект	Масса конструкции	При расчётных нагрузках		При эксплуатационных нагрузках	
		Общая доп. энергия	Макс. перемещение	Общая доп. энергия	Макс. перемещение
ПНК (Расч. нагрузки, лин. упругость, Рис. 8)	92, 6	—	—	100, 3	99, 5
ПНК (Расч. нагрузки, Рис. 9)	100, 1	100, 1	100, 0	—	—
ПНК (Эксплуатационные нагрузки)	74, 7	—	—	124, 2	123, 2
ПНК (Расч.+Экс. нагрузки)	100	100	100	100	100
Минимум податливости (Рис.10)	100, 2	56, 2	26, 6	90, 3	88, 8
Максимум П/р (Рис. 11)	97, 8	58, 9	31, 2	92, 4	100, 0

в Табл. 2.

В шестом разделе работы сформулированы следующие

**ВЫВОДЫ:**

1. Получено необходимое условие локальной оптимальности для задачи минимизации общей дополнительной энергии конструкции, статически нагруженной одной системой консервативных нагрузок, при заданном значении массы силового материала и конструктивных ограничениях. Условие состоит в том, что величина отношения средней по элементу удельной потенциальной энергии деформации к массовой плотности материала элемента имеет одно и то же значение для всех КЭ с пассивными конструктивными ограничениями, а в элементах с активными конструктивными ограничениями величина данного отношения не превосходит этого значения.

2. Получено необходимое и достаточное условие глобальной оптимальности для задачи минимизации массы силового материала при ограничении сверху на величину общей дополнительной энергии и конструктивных ограничениях, состоящее в том, что величина отношения средней по элементу удельной потенциальной энергии деформации к массовой плотности материала элемента имеет одно и то же значение для всех КЭ с пассивными конструктивными ограничениями, а в элементах с активными конструктивными ограничениями величина данного отношения не превосходит этого значения. Приведённая формулировка условия оптимальности совпадает с формулировкой условия оптимума для задачи минимизации общей дополнительной энергии конструкции при заданном значении массы и конструктивных ограничениях.

3. Разработан алгоритм минимизации податливости физически нелинейной конструкции заданной массы. Доказано, что применение данного алгоритма приводит к монотонному уменьшению величины общей дополнительной энергии (характеризующей податливость) конструкции.

4. Установлено, что при построении полностью напряжённых конструкций из нескольких материалов использование линейно-упругой и упруго-пластической моделей приводит в общем случае к различным проектам, причём меньшее значение массы может иметь как физически нелинейный проект, так и линейно-упругий (в зависимости от комбинации используемых в конструкции материалов).

5. Показано, что построение конструкции из нескольких материалов, полностью напряжённой при расчётных нагрузках и предельно допускаемых напряжениях  $\sigma_b$ , с использованием линейно-

упругой модели материалов не всегда приводит к проектированию «в запас».

6. Показано, что ряде случаев полностью напряжённая конструкция из нескольких материалов является более тяжёлой, чем конструкция, в которой напряжения в части элементов не достигли уровней для полностью напряжённой конструкции, а величина отношения средней по КЭ удельной потенциальной энергии деформации к плотности постоянна для всех элементов с пассивными конструктивными ограничениями.

## Публикации

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

- Чехов В.В., Селюгин С.В., Условия оптимальности для физически нелинейных сложных силовых конструкций при статическом нагружении. // «Проблемы нелинейной динамики»: Межведомственный сб. науч. тр. – М., МФТИ, 1996 г., 79-85;
- Селюгин С.В., Чехов В.В. Алгоритмы оптимизации физически нелинейных сложных конструкций. // Тез. докл. 3-й Крымской Междунар. Матем. школы, Алушта, 1996 г., 39-40;
- Селюгин С.В., Чехов В.В. Исследование рациональных параметров силового шпангоута с учетом физической нелинейности. // «Современные проблемы аэрокосмической науки»: Тез. докл. 2-й научно-технической конференции молодых ученых ЦАГИ. – Жуковский, ЦАГИ, 1997 г., 25;
- Селюгин С.В., Чехов В.В. Расчет рациональных параметров физически нелинейных конструкций. // Труды ЦАГИ, 1998 г., вып. 2632, 85-95;
- Чехов В.В. Численные исследования алгоритмов рационального проектирования физически нелинейных конструкций. // «Современные проблемы аэрокосмической науки»: Тез. докл. Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых. – Жуковский, ЦАГИ, 1998 г., 77-78.